

9. cvičení - Limity funkcí

8. 12. 2022

$\star\star$ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Limity s parametrem.

- | | |
|--|---|
| <p>(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^n}, n \in \mathbb{Z},$</p> <p>(b) $\star\star \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+7} - \sqrt[3]{x^3+7}}{(x-1)^n}, n \in \mathbb{Z},$</p> <p>(c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x-a}, a \in \mathbb{R},$</p> | <p>(d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}, m, n \in \mathbb{N},$</p> <p>(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, a \in \mathbb{R}, a > 0,$</p> <p>(f) $\star\star \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x, a \in \mathbb{R}.$</p> |
|--|---|

Příklad 2. Pomocí Heineho věty následující limity spočítejte, nebo dokažte, že neexistují.

- | | |
|--|---|
| <p>(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$</p> <p>(b) $\star\star \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n+\cos \frac{3}{n}}}{\sqrt[6]{n^2+\sin \frac{2}{n}} - \sqrt[3]{n}}$</p> <p>(c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$</p> <p>(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \cotan\left(\frac{1}{x}\right)$</p> | <p>(e) $\star\star \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arcsin\left(\sqrt{n^2+\sin^2 n} - \sqrt{n^2-\cos^2 n}\right)}{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}$</p> <p>(f) $\star\star \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+1} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right)$</p> <p>(g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \left(\frac{1}{x} + \frac{\sin x}{2x} \right)$</p> |
|--|---|

Příklad 3. Zkouškové příklady:

- (a) $\star\star \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{\arctan(\arcsin x)},$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\arctan x)}{x^2},$
- (c) $\star\star \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{5}{2}} \arcsin(\sqrt{x^5+1} - \sqrt{x^5-1}),$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (4x^2 - 9\pi^2) \frac{\cos x}{1+\sin x},$
- (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(\sqrt{x^2+\sin^2 x} - \sqrt{x^2-\cos^2 x})}{\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1}},$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1}{\log \sqrt{1+x^2}},$
- (g) $\star\star \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{(\sqrt{e})^{\sin x} - \cos(\sqrt{x})}{\log^2(1+\sqrt{x})},$
- (h) $\star\star \lim_{x \rightarrow 0+} \left(1 - \sqrt{\arcsin x} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{1-\cos x}}},$
- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2e^{\frac{4x}{x+1}} - 1 \right)^{\frac{x^2+1}{3x}},$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0+} \left(\frac{4^x+5^x+6^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}.$